

Wijze wiskundelessen - VVWL congresdag

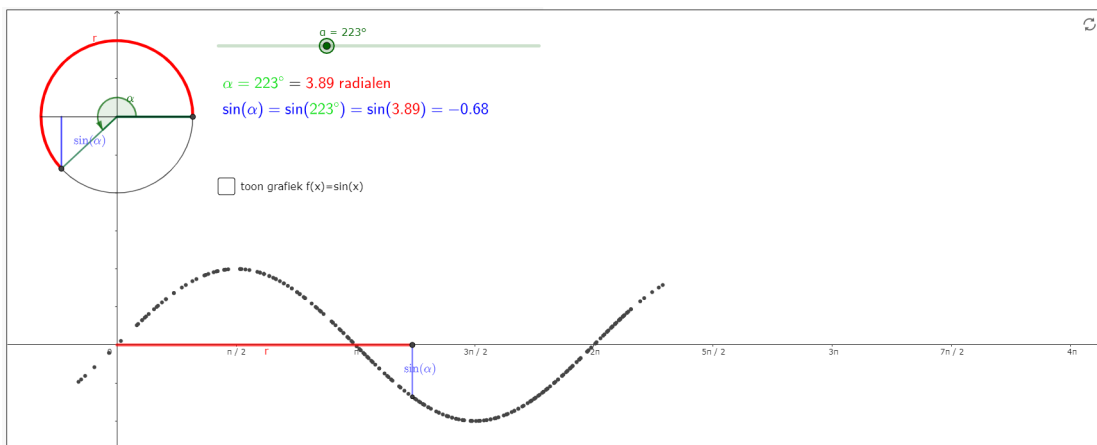
Karel Appeltans

25 maart 2023

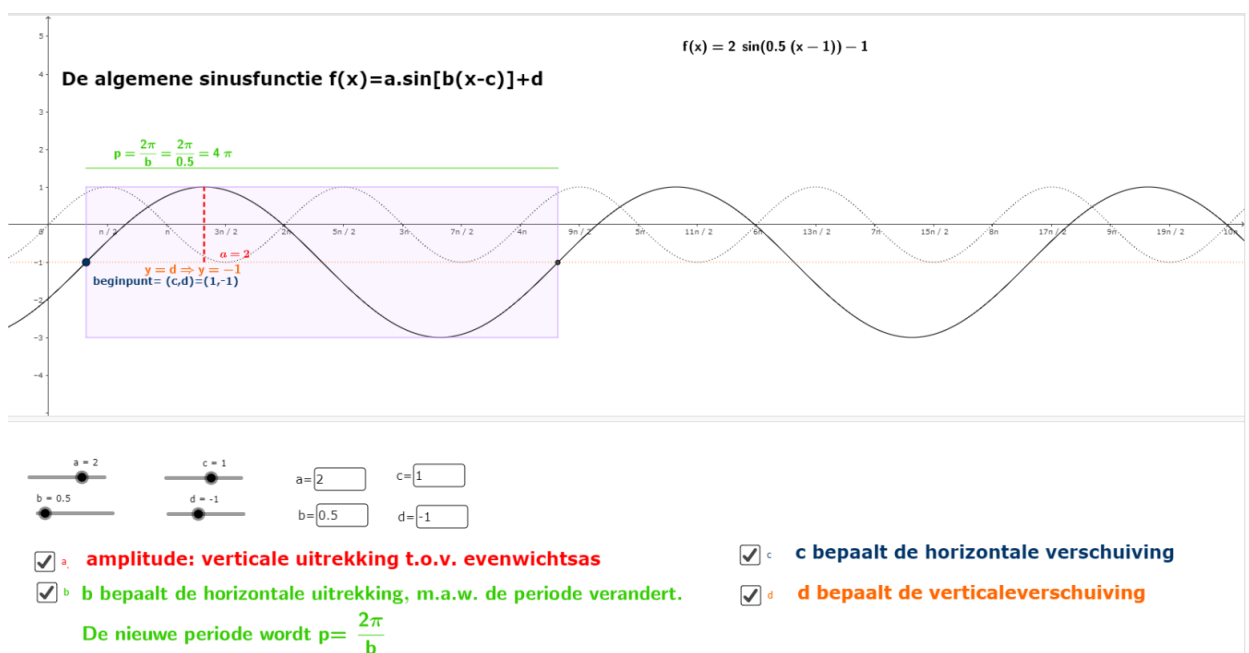
1 Wijze lessen voor de leerkracht.

1.1 Combineer woord en beeld.

"Leerlingen slaan informatie die zowel via woorden als beelden wordt gepresenteerd, gemakkelijker op dan wanneer alleen maar woorden worden gebruikt. Dit principe is gebaseerd op het feit dat verbale en visuele informatie volgens twee afzonderlijke (maar gelijktijdig werkende) processen in het werkgeheugen verwerkt worden en vervolgens in het langetermijngeheugen geïntegreerd. Dat maakt het leren minder belastend en effectiever."



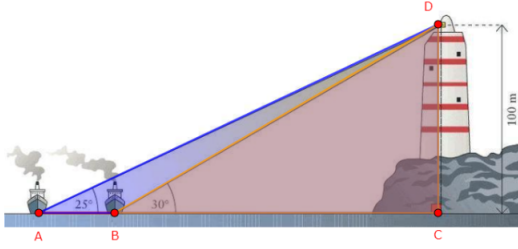
Figuur 1: <https://www.geogebra.org/m/eeEyfQce>



Figuur 2: <https://www.geogebra.org/m/BFwHmNn4>

1.2 Gebruik voorbeelden.

"Op het moment dat leerlingen hun eerste stappen zetten in het verwerven van nieuwe kennis of vaardigheden, is het effectief om te werken met voorbeelden. Zo'n voorbeeld kan een uitgeschreven uitwerking van een oefening zijn, de leraar die de nieuwe vaardigheid demonstreert, of concrete voorbeelden bij een abstract begrip. Belangrijk daarbij is om de genomen stappen te verklaren, samen met de achterliggende principes. Stimuleer leerlingen ook om voorbeelden zelf te proberen verklaren en te vergelijken."



$\sin(\alpha) = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{schuine zijde}}$ $\cos(\alpha) = \frac{\text{aanliggende zijde}}{\text{schuine zijde}}$
 $\tan(\alpha) = \frac{\text{overstaande zijde}}{\text{aanliggende zijde}}$

Bepaal de afstand tussen de twee boten

We moeten de lengte $|AB|$ bepalen

Is er één rechthoekige driehoek te vinden met lijnstuk $[AB]$ als zijde?
(En waar ook de gegevens in terug te vinden zijn)

De twee scherpe hoeken aan de boten suggereren om met 2 driehoeken te werken

$\triangle ACD$ en $\triangle BCD$

$|AB| = |AC| - |BC|$

Welk goniometrisch getal moeten we gaan gebruiken?
gegeven overstaande zijde en gevraagd aanliggende zijde, dus tangens

In $\triangle ACD$: $\tan(\alpha) = \frac{|CD|}{|AC|} \Leftrightarrow |AC| \cdot \tan(\alpha) = |CD| \Leftrightarrow |AC| = \frac{|CD|}{\tan(\alpha)}$

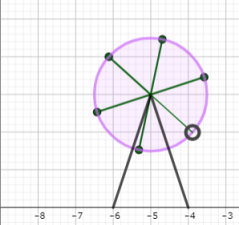
$|AC| = \frac{100}{\tan(25)} = 214.45$

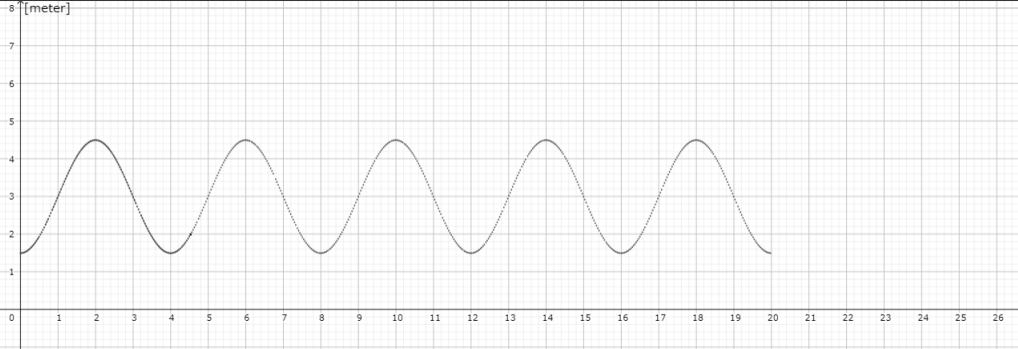
In $\triangle BCD$: $\tan(\beta) = \frac{|CD|}{|BC|} \Leftrightarrow |BC| \cdot \tan(\beta) = |CD| \Leftrightarrow |BC| = \frac{|CD|}{\tan(\beta)}$

$|BC| = \frac{100}{\tan(30)} = 173.21$

$|AB| = |AC| - |BC| = 214.45 - 173.21 = 41.25[\text{m}]$

Figuur 3: <https://www.geogebra.org/m/zRByu2ev>





parameters reuzenrad

h = 3

r = 1.5

s = 5

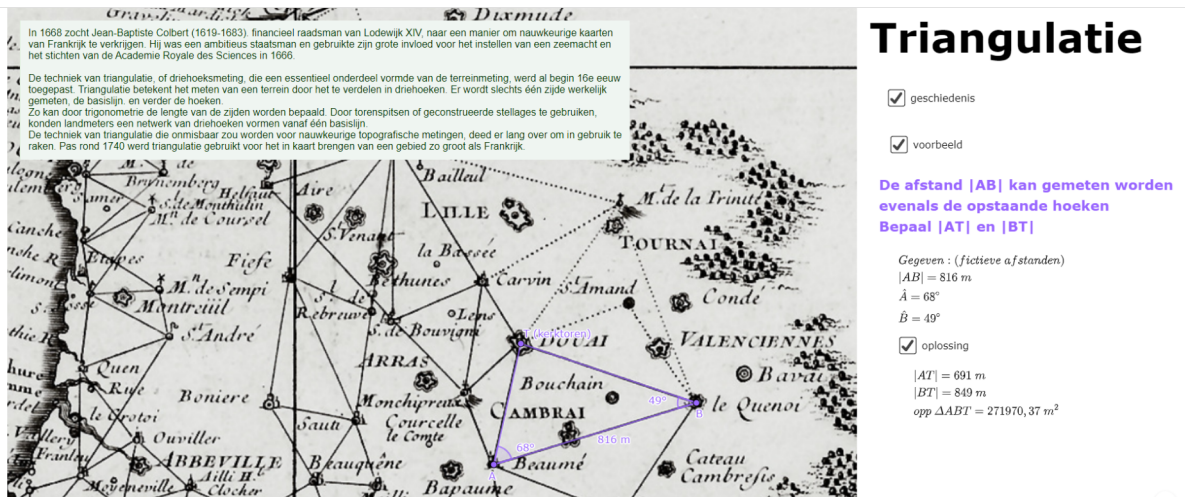
Start Stop reset

parameters algemene sinusfunctie:

a = 1 b = π c = -3 d = 4 Toon juist voorschrift

$f(x) = 1\sin[\pi(x + 3)] + 4$

Figuur 4: <https://www.geogebra.org/m/yujgd7nb>

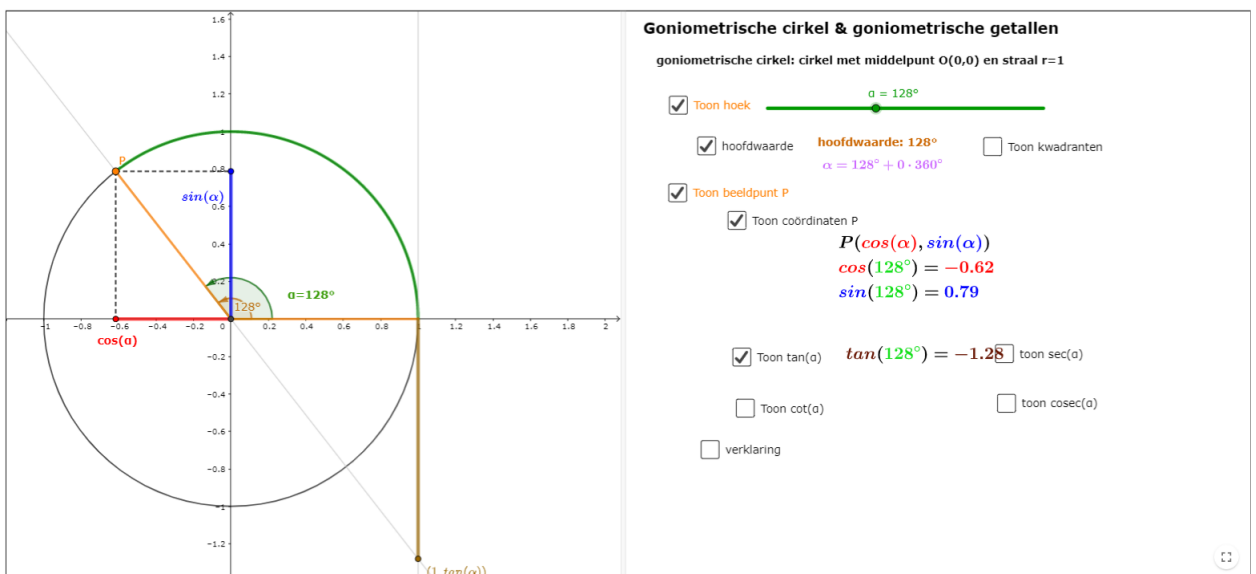


Figuur 5: <https://www.geogebra.org/m/GcaQVhjz>

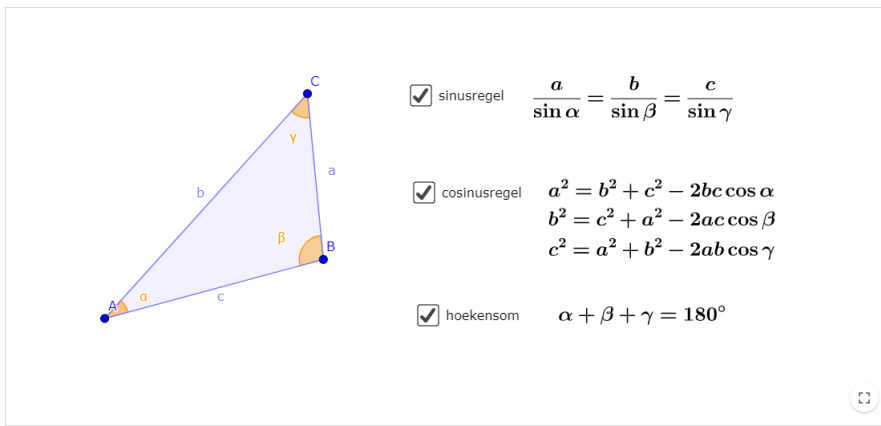
1.3 Activeer relevante voorkennis.

"Wat je al weet, bepaalt wat en hoe snel je leert. Nieuwe informatie wordt beter onthouden wanneer ze kleeft aan voorkennis.

1. Herhaal op een actieve wijze de voorkennis die de leerling nodig heeft om de nieuwe leerstof te begrijpen.
2. Bied een kapstok aan nieuwe stof te verbinden aan de eerder geleerde stof en richting te geven aan het verdere verloop van je les."



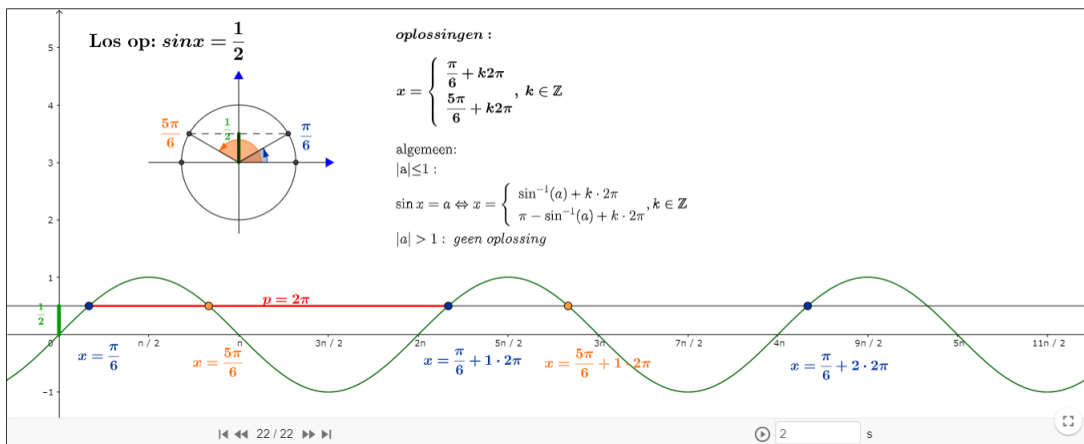
Figuur 6: <https://www.geogebra.org/m/FrxEHcWA>



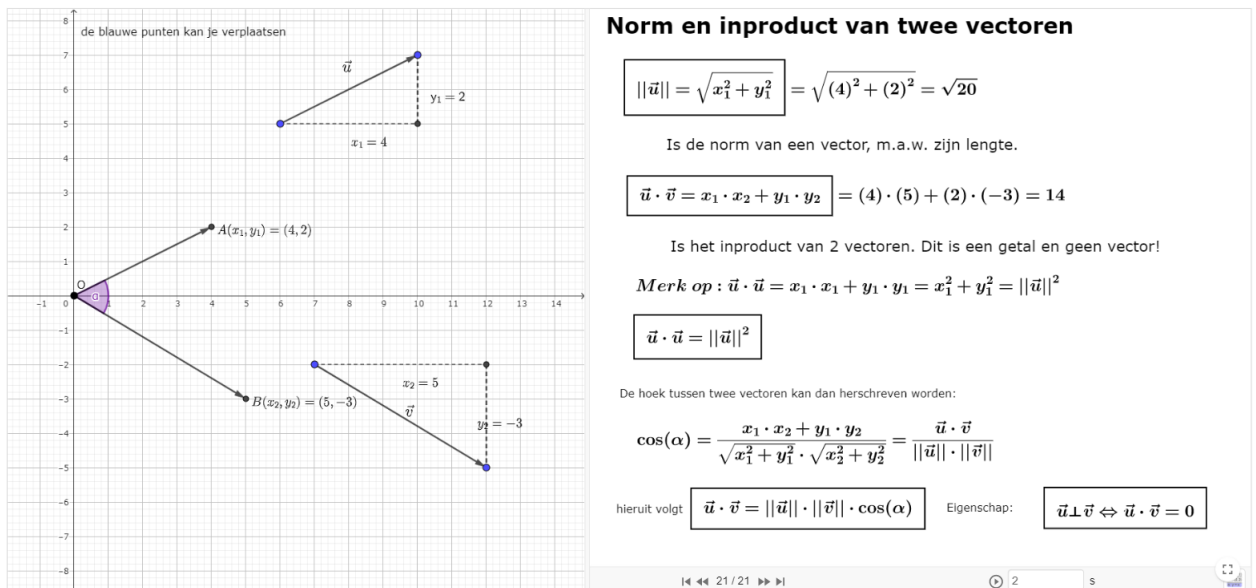
Figuur 7: <https://www.geogebra.org/m/GcAQVhjZ>

1.4 Geef duidelijke, gestructureerde instructie.

"Besteed voldoende tijd aan duidelijke gestructureerde en uitdagende instructie. Als leerlingen niet begrijpen wat er geleerd moet worden, wordt leren lastig. Afgebakende lesfasen en doelen brengen structuur. Uitdagende doelen en een snel lestempo in een warm leerklimaat motiveren je leerlingen."



Figuur 8: <https://www.geogebra.org/m/ej2fhRDY>

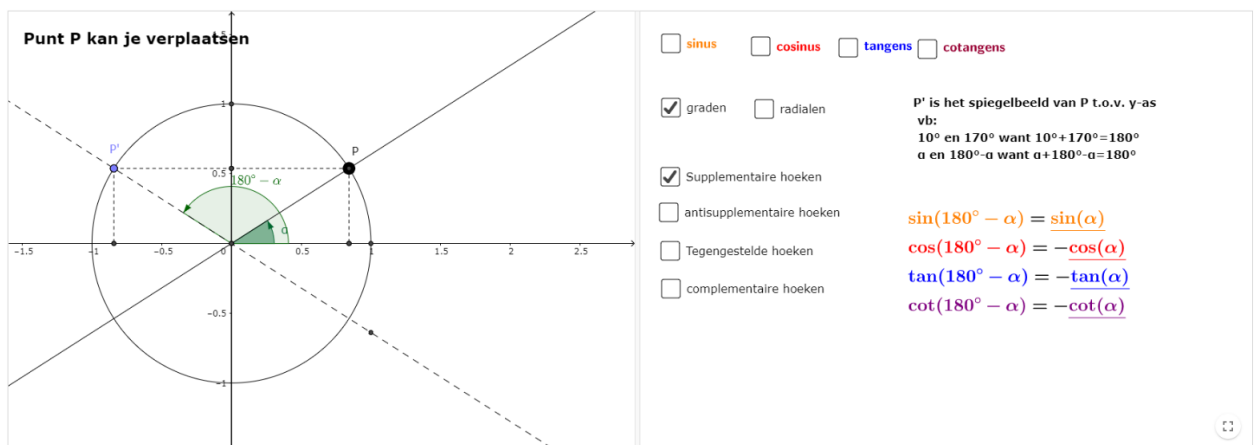


Figuur 9: <https://www.geogebra.org/m/cRmm4Ez4>

1.5 Laat leerstof actief verwerken.

"Productieve strategieën verplichten de leerling om leerstof te herkneden tot een nieuw product. Een leerling onthoudt meer door productieve strategieën te gebruiken dan wanneer die leerstof op een meer passieve wijze 'consumeert'.

1. Laat leerlingen schema's of mondelinge samenvattingen maken in je les.
2. Laat leerlingen leerstof verklaren aan zichzelf of anderen.
3. Leer hun de strategieën zelf ook aan."



Figuur 10: <https://www.geogebra.org/m/q27XXAeF>

congruentiegeval: ZHZ

$b = 5$
 $c = 6$
 $\alpha = 110^\circ$
 $b = 5$

Oplossing

congruentiegeval: HZH

$\alpha = 30^\circ$
 $c = 8$
 $\beta = 60^\circ$

Oplossing

congruentiegeval: ZZZ

$c = 6$
 $b = 7$
 $a = 2$

Oplossing

Figuur 11: <https://www.geogebra.org/m/GcAQVhjZ>

1.6 Achterhaal of de hele klas het begrepen heeft.

"Als je wilt dat je leerlingen leren, is het van groot belang dat leerlingen betrokken blijven. Leerlingen haken soms af omdat de leerstof bijvoorbeeld te moeilijk is of zij de aangereikte oefeningen te moeilijk of te gemakkelijk vinden. Om dit te voorkomen is het nodig om met grote regelmaat na te gaan of je leerlingen hebben begrepen en onthouden wat je beoogt met je uitleg, opdracht en begeleiding. Dit kan door goede vragen te stellen, opdrachten met voldoende moeilijkheid aan te bieden en activiteiten in te zetten om informatie te verzamelen van de hele klas."

Nieuwe oefening

Geef de sin van de aangegeven hoek

$\sin(330^\circ) =$

0

$\frac{1}{2}$

$-\frac{1}{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}$

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

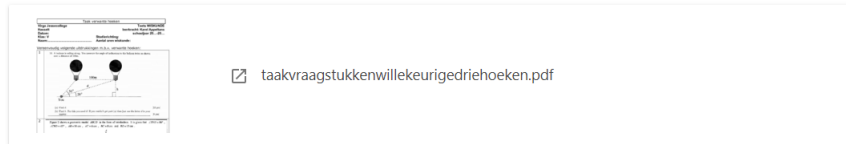
1

-1

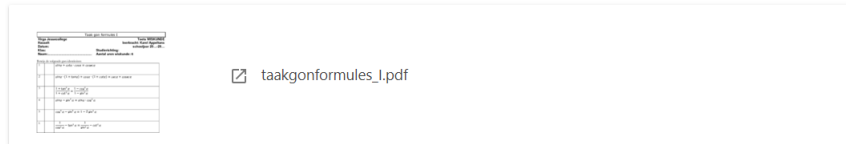
Toon goniometrische cirkel

Figuur 12: <https://www.geogebra.org/m/FrxHcWA>

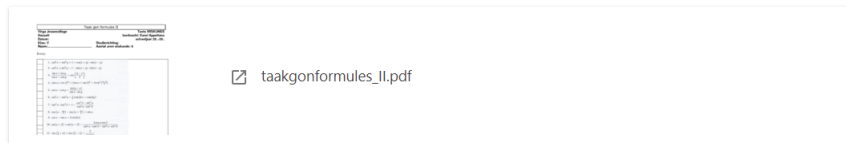
taakvraagstukkenwillekeurigheidriehoeken



taakgonformules_I.docx



taakgonformules_II



Figuur 13: <https://www.geogebra.org/m/cejtphtz>

1.7 Spreid oefening met leerstof in de tijd.

"Voor het onthouden en toepassen van de leerstof is het beter dat de oefeningen verspreid in de tijd over meerdere oefensessies aan bod komen dan dat de leermomenten in één langere oefensessie geconcentreerd zijn.

1. Zorg dat basisvaardigheden en -kennis op meerdere momenten in het schooljaar worden geoefend.
2. Geef huiswerk waarbij eerdere geziene leerstof aan bod komt.
3. Start de les met een herhaling van eerdere leerstof."

Vectorieel bewijs cosinusregel

TB : $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$

TB : $\|\vec{c}\|^2 = \|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 - 2\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cos \gamma$

Bewijs:

$$\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} \quad \Leftrightarrow \vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$$
$$\vec{c} \cdot \vec{c} = (\vec{b} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} - \vec{a})$$
$$\Leftrightarrow \|\vec{c}\|^2 = \|\vec{b}\|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \|\vec{a}\|^2$$
$$\Leftrightarrow \|\vec{c}\|^2 = \|\vec{a}\|^2 + \|\vec{b}\|^2 - 2\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cos \gamma$$

Figuur 14: <https://www.geogebra.org/m/hxakcbry>

(Herhalings)oefeningen goniometrie tweede graad

Auteur: Karel Appeltans UHasselt /Virga Jessecollege Hasselt

Als $\cos(x) = \frac{3}{5}$ en $\sin^2(y) = \frac{25}{169}$ met x en y gelegen in het vierde kwadrant, dan is de som $\sin(x) + \cos(y)$

Vink alles aan wat van toepassing is

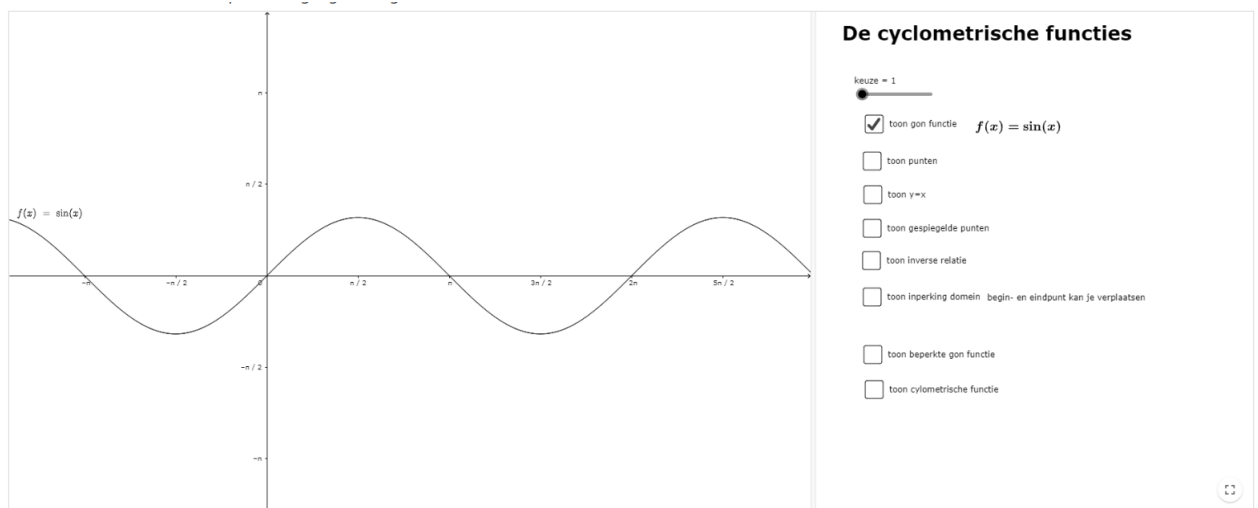
- A $\frac{8}{65}$
- B $-\frac{112}{65}$
- C $\frac{112}{65}$
- D $-\frac{8}{65}$
- E $\frac{64}{65}$

Figuur 15: <https://www.geogebra.org/m/mawpdjkr>

Uit mijn cursus matrixrekening: <https://www.geogebra.org/m/ck7cqbbp>

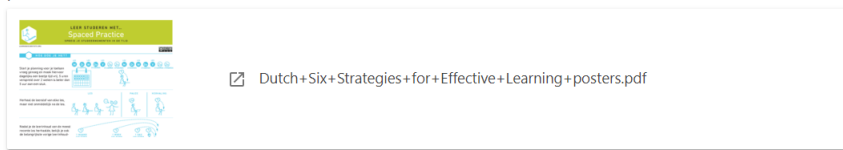
8. Beschouw de matrix $A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$, met parameter $\alpha \in \mathbb{R}$. Voor welke α is $A^2 = -I$?

Figuur 16: <https://www.geogebra.org/m/ck7cqbbp>



Figuur 17: <https://www.geogebra.org/m/Vx7MuEsU>

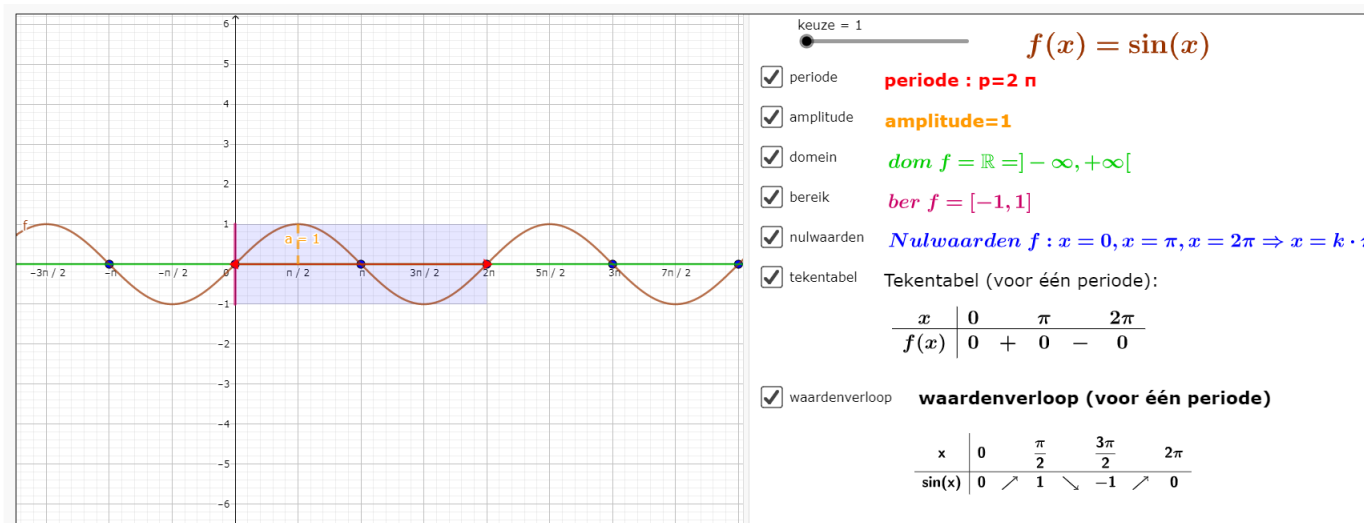
2 Wijze lessen voor de leerlingen.



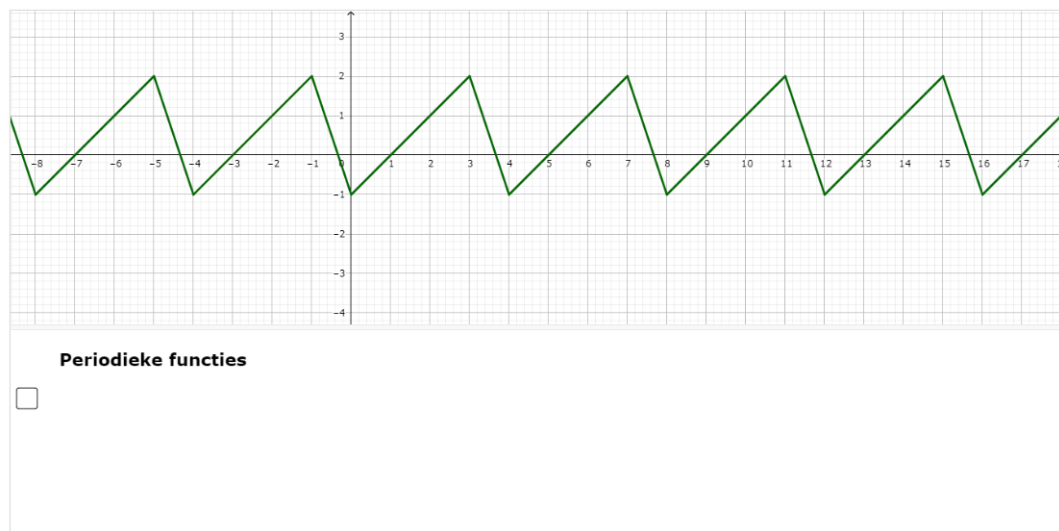
HOE DOE JE HET?

Stel jezelf vragen tijdens het studeren over hoe dingen in elkaar zitten en waarom ze zo werken. Zoek vervolgens de antwoorden op in je studiemateriaal en bespreek de antwoorden met je klasgenoten.

Figuur 18: <https://www.geogebra.org/m/tebg9j84>



Figuur 19: <https://www.geogebra.org/m/eeEyfQce>



Figuur 20: <https://www.geogebra.org/m/dmqct5ur>

3 Referenties

Karel Appeltans, *Wijze wiskundelessen* [<https://www.geogebra.org/m/xharxjr6>]

Karel Appeltans, *Wiskunde@middelbaar* [www.karelappeltans.be]

Craig Barton (2019), *Volgens Barton deel 1 en 2, lesgeven in wiskunde aan de hand van wetenschap, experts en 12 jaar aan mislukkingen*, Phronese

Megan Sumeracki e.a. *The learning scientists* [<https://www.learningscientists.org/>]

Tim Surma e.a. (2019), *Wijze lessen, twaalf bouwstenen voor effectieve didactiek*, Ten brink uitgevers.