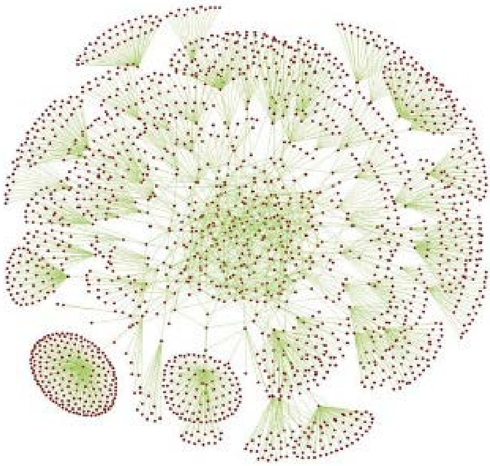
platform wiskunde nederland

Willekeur en structuur in netwerken

Vakantiecursus 2022

Amsterdam, 26 en 27 augustus 2022

Eindhoven, 2 en 3 september 2022



Vakantiecursus 2022

Voor leraren in de exacte vakken aan havo-, vwo-, hbo-leerlingen en andere belangstellenden organiseert het Platform Wiskunde Nederland (PWN) in 2022 een vakantiecursus met als thema:

“Willekeur en structuur in netwerken”

Ook dit jaar betreft het een tweedaagse cursus, **vrijdag 26 augustus** en **zaterdag 27 augustus** bij het CWI, Science Park 123, 1098 XG Amsterdam en op **vrijdag 2 september** en **zaterdag 3 september** in het Academisch Genootschap Eindhoven, Parklaan 93, 5613 BC Eindhoven (de routebeschrijvingen staan aan het einde van deze brochure).

De cursus is voor wiskundedocenten van elk niveau toegankelijk. Deelnemers ontvangen bij aanvang van de cursus een syllabus met teksten van de voordrachten. Het cursusgeld bedraagt €99. Voor studenten van lerarenopleidingen is het cursusgeld slechts €39. Voor gepensioneerden geldt een speciaal tarief van €55.

Bij de cursus is inbegrepen een warme maaltijd op vrijdag en een lunch op zaterdag.

Aanmelding

Aanmelding voor deelname aan de cursus kan:

– door het aanmeldingsformulier achter in deze brochure in te vullen en vóór 1 augustus 2022 op te sturen aan PWN;
– via de website van Platform Wiskunde Nederland: http://www.platformwiskunde.nl/vakantiecursus waar een online registratieformulier ingevuld en opgestuurd kan worden, eveneens vóór 1 augustus 2022.

Deze cursus geldt als nascholingsactiviteit. Voor geïnteresseerden is een nascholingscertificaat beschikbaar. Degene die daar prijs op stelt, gelieve het betreffende vakje aan te kruisen op het aanmeldingsformulier. Omdat zaken rondom “Register Leraar” momenteel aan verandering onderhevig zijn, is het mogelijk dat er een andere wijze van registratie plaatsvindt.

Sponsoring

Deze cursus wordt mede mogelijk gemaakt door een subsidie van de Nederlandse Organisatie voor Wetenschappelijk Onderzoek (NWO), en een bijdrage van 4TU.AMI, het toegepaste wiskunde instituut van de 3 Nederlandse technische universiteiten alsmede de universiteit van Wageningen. Organisatie vindt plaats in samenwerking met het Centrum Wiskunde & Informatica (CWI), de Technische Universiteit Eindhoven (TU/e) en de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.

Voorlopig Programma

Amsterdam: vrijdag 26 en zaterdag 27 augustus
Eindhoven: vrijdag 2 en zaterdag 3 september

Wijzigingen voorbehouden

vrijdag

15.00-15.30	Ontvangst, koffie
15.30-15.35	Welkomstwoord
15.35-16.20	Nelly Litvak: Modelleren van schaarse netwerken met de Erdös-Rényi stochastische graaf
16.20-16.45	Pauze
16.45-17:30	Nelly Litvak: Kleine patronen tellen in stochastische grafen
17.30-18.30	Diner
18.30-19.15	Nelly Litvak: Vrijwel zekere garantie dat een stochastische graaf is verbonden
19.15-19.45	Pauze
19.45-20.30	Nelly Litvak: Modelleren van schaalvrije netwerken

zaterdag

09.30-10.00	Ontvangst, koffie
10.00-10.45	Nelly Litvak: Opkomst van power laws in het preferential attachment model
10.45-11.15	Pauze
11.15-12.00	Nelly Litvak: Geometrie voor het modelleren van driehoeken
12.00-13.00	Lunch
13.00-13.45	Pim van der Hoorn: Wie is het belangrijkst in een netwerk?
13.45-14.30	Clara Stegehuis: Hoe maak je een netwerk efficiënt?
14.30	Afsluiting

Inleiding

Complexe netwerken

Veel systemen bestaan uit objecten die met elkaar verbonden zijn. In het Nederlandse spoor- netwerk bijvoorbeeld zijn stations met elkaar verbonden door rails. In sociale netwerken zijn mensen met elkaar verbonden door vriendschappen. En op het Internet zijn routers met elkaar verbonden door kabels. Zelfs onze hersenen kun je zien als een netwerk, waar neuronen met elkaar verbinden als ze tegelijk vuren. Dit soort systemen hebben een naam gekregen: complexe netwerken. Waarom 'complexe'? Omdat ze groot zijn. En omdat uitzonderlijke knooppunten elkaar beïnvloeden, wat leidt tot typische globale structuren in het netwerk als geheel.

Wiskundig gezien kun je zulke systemen zien als grafen. In een graaf noemen we de objecten knooppunten of knopen. Als er een verband is tussen twee objecten, trekken we een lijn tussen de twee bijbehorende knooppunten. Grafen zijn al heel oud: Leonhard Euler introduceerde ze al in 1736.

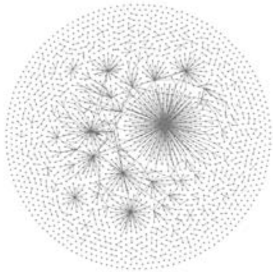
Om complexe netwerken te modelleren, gebruiken we vaak zogenaamde willekeurige, of stochastische grafen. In een stochastische graaf liggen de knooppunten vast maar zijn de verbindingen willekeurig. Relaties tussen objecten ontstaan namelijk vaak willekeurig, zoals vriendschappen in een sociaal netwerk. Paul Erdős en Alfred Renyi bedachten deze stochastische grafen al in de jaren 1950. Doordat er nu veel data van ongelofelijk grote netwerken beschikbaar zijn, is de theorie van stochastische grafen een hot topic in de wiskunde geworden. Wiskundige inzichten helpen ons hier om belangrijke vragen te beantwoorden, zoals: Hoe vindt Google de belangrijkste webpagina's? Wat is het meest centrale station van de NS? Hoe verspreidt een epidemie of een meme zich over een netwerk? En hoe hangt dit af van de structuur in de netwerkverbindingen?

Willekeur en structuur

De verbindingen van complexe netwerken, zoals hyperlinks op het World Wide Web of online vriendschappen, ontstaan op een enigszins onvoorspelbare wijze. Daarom is het verantwoord om het ontstaan van deze netwerkverbindingen te modelleren als willekeurige gebeurtenissen. Maar als verbindingen willekeuriger wijs ontstaan, wat bedoelen we dan met de 'structuur' van het netwerk? Dit lijkt elkaar tegen te spreken, maar wanneer willekeurige verbindingen op een grote schaal ontstaan, vormen ze duidelijke patronen die wiskundig beschreven kunnen worden. Deze patronen zijn precies wat we bedoelen met 'De structuur van een netwerk'.

In dit vak behandelen we vier van zulke patronen (of structurele eigenschappen) van complexe netwerken.

Schaars. Neem een sociaal netwerk. Zelfs als het netwerk erg groot is, zal ieder persoon slechts een beperkt aantal vriendschappen hebben. Sociale netwerken worden vaak *schaars* genoemd, dat betekent dat het aantal verbindingen per persoon beperkt is en niet meegroeit met de grootte van het netwerk. Figuur 1a toont een interessant voorbeeld: het netwerk van retweets over Project X in Haren (Nederland) in 2012. Dit was een verjaardagsuitnodiging van een 16- jarig meisje dat viral ging op social media en uitmondde in een vernietigende rel. De knopen zijn de Twitter-gebruikers en ieder pijltje staat voor een retweet van de ene gebruiker naar de ander. Het figuur geeft het netwerk weer op de ochtend voor de rel. We zien dat het netwerk schaars is, met gemiddeld slechts 1.5 retweets per gebruiker. Gedurende de nacht van de rel werd het netwerk meer dan 10 keer zo groot, maar bleef het gemiddeld aantal retweets klein, tot slechts iets boven de twee.

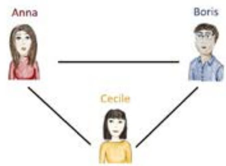


(a) Een netwerk van retweets over Project X in Haren (Nederland), verzameld op 21-09-2012 7:00. Het gemiddelde aantal retweets per gebruiker is klein vergeleken met de grootte van het netwerk. Het netwerk is *schaars*. Afbeelding: Marijn ten Thij.

(b) Iedere router in het internet is bereikbaar van iedere andere router. Het netwerk is *verbonden*. Bron: P. Mahadevan et al. Systematic topology analysis and generation using degree correlations. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, 36(4):135–146, 2006.

# other webpages, from which a webpage can be reached by following a hyperlink	EU Web crawl 2015
average	85.743
largest	20 252 239

(c) Het aantal andere wegpaginas vanaf waar een webpagina bereikt kan worden verschilt veel per wegpagina. De Webgraaf is *schaalvrij*. Bron: P. Boldi et al. BUbiNG: Massive crawling for the masses, uit *WWW 2014*. `https://law.di.unimi.it/datasets.php`.



(d) Aangezien Anna bevriend is met Boris en Cecile, is het waarschijnlijk dat Boris en Cecile ook bevriend zijn. Sociale netwerken hebben veel *driehoeken*. Tekening: Natalia Litvak.

Verbonden. Neem een netwerk van treinstations verbonden door treinspoor zoals in Figuur 8 verder in het boekje. Een passagier kan met de trein van ieder station naar ieder ander station reizen. Het netwerk is dus *verbonden*. Het internet is ook een goed voorbeeld van een verbonden netwerk ook al ziet het er heel anders uit dan een spoornetwerk. Figuur 1b toont een zeer klein maar representatief stukje van het internet. Het internet is ontzettend complex en compleet gedecentraliseerd. Maar toch kan data over de hele planeet van router naar router verzonden worden!

Schaalvrij. In de Webgraaf zijn webpagina's verbonden met hyperlinks. Door op een hyperlink te klikken, kan men van de ene webpagina naar de andere gaan. Vanaf hoeveel webpagina's kan de doorsnee webpagina bereikt worden? In Figuur 1c laten we het gemiddelde en max- imum van dit aantal in het .eu-domein van de Webgraaf van 2015 zien. We zien dat een webpagina gemiddeld vanaf 85.7 andere pagina's te bereiken is. Echter verschilt dit aantal wel per webpagina en is het maximum meer dan 200.000 keer groter dan het gemiddelde! Zo'n netwerk wordt *schaalvrij* genoemd. Deze ongebruikelijke term betekent dat er niet zoiets als een 'doorsnee-webpagina' is. Het aantal hyperlinks dat naar een pagina wijst kan verschillende schalen hebben: van een aantal tot honderden, duizenden en miljoenen.

Driehoeken. Hoe leren mensen in sociale netwerken elkaar kennen? Vaak ken ik vrienden van mijn vrienden, die ook vrienden van mij zijn. Groepen vrienden creëren clusters met veel *driehoeken*, zoals in Figuur 1d: Als Anna bevriend is met Boris en Cecile, dan is het niet verrassend als Boris en Cecile ook met elkaar bevriend zijn. Het hebben van veel driehoeken is een andere typische structurele eigenschap van complexe netwerken.

Verrassend genoeg hebben veel netwerken van compleet verschillende oorsprong (sociale netwerken, het internet, netwerken van neuronen in het brein, netwerken van banktransacties, proteïne- proteïne-interacties, enz.) veel gemeenschappelijke eigenschappen: ze zijn *schaars, verbonden, schaalvrij* en hebben veel *driehoeken*. In dit vak leren we hoe we deze structurele eigenschappen van willekeurige verbindingen kunnen omschrijven in wiskundige termen en hoe we ze kunnen reproduceren in stochastische grafen.

Netwerken hebben in de praktijk nog veel meer interessante eigenschappen gemeen die niet behandeld zullen worden in deze cursus. Er zijn bijvoorbeeld ook vaak *communities* in te herkennen. In sociale netwerken kunnen communities gedefinieerd worden op basis van hobby's, taal of geografie. Een andere beroemde eigenschap van netwerken is het *'kleine-wereld verschijnsel'*: veel knopen- paren zijn verbonden via een kort pad van verbindingen. In sociale netwerken staat dit verschijnsel ook bekend als 'six degrees of separation', wat inhoudt dat *'iedereen op de planeet verbonden is via slechts zes andere mensen'* (John Guare). De communities en het kleine-wereld verschijnsel zijn natuurlijk ook bestudeerd in stochastische grafen. Het onderzoek naar stochastische grafen en complexe netwerken is in volle gang, en alle drie de docenten die deze cursus geven, zijn betrokken bij deze gezamenlijke wetenschappelijke inspanning.

We hopen dat deze cursus u voorziet van het wiskundige gereedschap om over complexe netwerken na te denken en u enthousiasmeert voor het verkennen van de eindeloze mogelijkheden in dit snel- ontwikkelende gebied van de moderne wiskunde.

Huiswerk

Om de cursus goed te kunnen volgen, is het zeer nuttig om uw kennis op te frissen van basisbegrippen in grafentheorie en kansrekening. Daarom bied ik deze Quiz aan als huiswerk. De Quiz zal uiterlijk op 1 juni 2022 verschijnen via deze link:

https://app.wooclap.com/DHNIZQ/questionnaires/62345dbec8651c131080ea2a

Klopt uw antwoord niet? Geen probleem! Bij elke vraag is er een video met uitleg. Kijk de video en probeer de vraag nog een keer te beantwoorden. Ik schat de tijdsbesteding op 2-3 uur.

Ik hoop dat u de Quiz en de video's nuttig en interessant vindt.

Tot slot

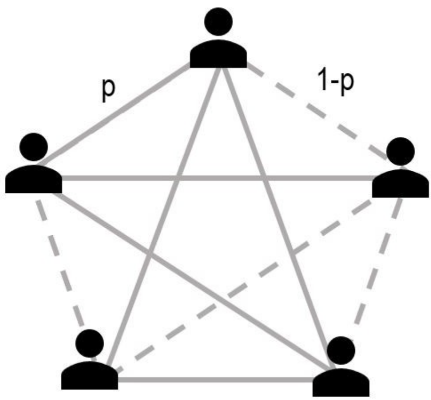
We hopen weer veel wiskundeleraren te mogen verwelkomen op een inspirerende vakantiecursus 2022!

Platform Wiskunde Nederland,
Nelly Litvak,hoofddocente van deze cursus en Wil Schilders, voorzitter programma comité VC 2022.

Modelleren van schaarse netwerken met de Erdös-Rényi stochastische graaf

Nelly Litvak
Universiteit Twente
n.litvak@utwente.nl

Hoe kunnen we een netwerk modelleren als een stochastische graaf? Laten we beginnen met het eenvoudigste model, genaamd *Erdös-Rényi (E-R) stochastische graaf* naar zijn uitvinders, Paul Erdös en Alfred Rényi. Stel dat we n knooppunten hebben. Nu nemen we elk paar knooppunten en verbinden ze door een kant met dezelfde waarschijnlijkheid p, onafhankelijk van al het andere.
Denk bijvoorbeeld aan een sociaal netwerk, zoals in figuur 2, waarbij elk paar mensen een geldstuk gooit die kop toont met waarschijnlijkheid p en munt met waarschijnlijkheid $1-p$. Als het geldstuk kop toont, worden de twee mensen vrienden (ononderbroken lijn) en bij munt gaan ze hun eigen weg (stippellijn). Dit is natuurlijk niet hoe sociale netwerken in werkelijkheid ontstaan, en we komen er nog op terug. Maar het blijkt dat dit eenvoudige model al voldoende is om wiskundig te beschrijven wat het betekent dat het netwerk *schaars* is. Daarvoor gebruiken we een zeer krachtige techniek genaamd *parametriseren*. Hoe werkt het? Ons model heeft twee parameters: de netwerkgrootte n en de kans op verbinding p. Parametriseren betekent dat we p afhankelijk maken van n, als een functie $p = p(n)$. Waarom is dit nuttig? Omdat we op deze manier de kans op verbinding kleiner kunnen maken als het netwerk groter is, net zoals we dat zien in echte (schaarse) netwerken. In onze eerste sessie zullen we het E-R model formeel definiëren, een geschikte parametrisatie construeren voor schaarse netwerken en de implicaties van deze constructie bespreken. Misschien hebt u al gezien hoe je $p(n)$ kiest, zodat het gemiddelde aantal verbindingen per knooppunt (ongeveer) constant blijft als n groot wordt?



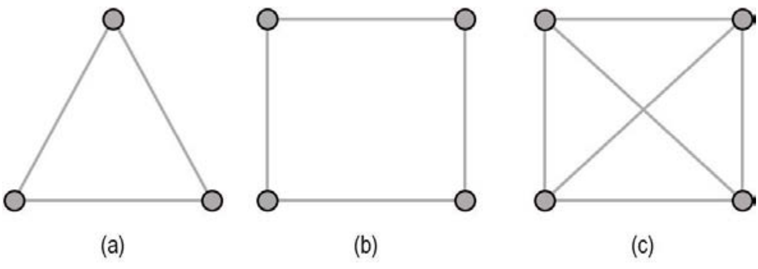
Figuur 2: Een sociaal netwerk wordt gemodelleerd als een Erdös-Rényi stochastische graaf: elke vriendschap bestaat met een kans van p.

Kleine patronen tellen in stochastische grafen

Nelly Litvak
Universiteit Twente
n.litvak@utwente.nl

In levensechte netwerken zien we vaak patronen, zoals *driehoeken* in Figuur 1d, maar ook grotere *cykels*, en zogenaamde *complete grafen*, zie Figuur 3. (Een complete graaf is een aantal knoop- punten die allemaal met elkaar verbonden zijn, zoals een groep goede vrienden in een schoolklas.) Merk op dat een driehoek een cykel is, maar ook een complete graaf van grootte drie. Patronen zijn zeer informatief. Zoals we eerder hebben besproken, hebben sociale netwerken bijvoorbeeld veel driehoeken. Aan de andere kant hebben geplande netwerken zoals spoorwegen meestal geen driehoek tussen drie aangrenzende stations. In plaats daarvan komen er langere 'cykels' van stations die omleidingen bieden, bijvoorbeeld bij verstoring. In deze sessie leren we patronen te tellen in stochastische grafen. De Erdös-Rényi (E-R) stochastische graaf is een ideaal model om mee te beginnen vanwege zijn eenvoud. In het bijzonder zullen we ontdekken hoeveel driehoeken en cykels we verwachten in een schaarse E-R stochastische graaf. Is het resultaat realistisch genoeg voor sociale netwerken?

Spoiler alert: het antwoord op de laatste vraag is nee. Maar zoals elk negatief antwoord in de wiskunde, bevat het ook hints over wat er in het model ontbreekt, waardoor het antwoord in een ja kan veranderen.

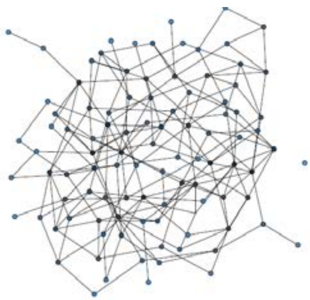


Figuur 3: (a) een driehoek; (b) 4-cykel; (c) complete graaf van 4: alle vier de knooppunten zijn met elkaar verbonden.

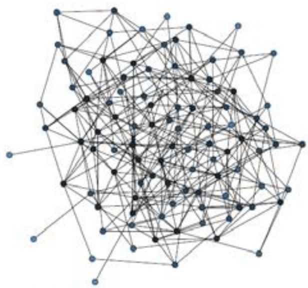
Vrijwel zekere garantie dat een stochastische graaf is verbonden

Nelly Litvak
Universiteit Twente
n.litvak@utwente.nl

Veel belangrijke levensechte netwerken zijn *verbonden*. Op het internet kan informatie van elke router naar elke andere router worden verzonden. Maar als we een netwerk modelleren als een stochastische graaf en dan willekeurig verbindingen maken, zal deze graaf dan nog steeds verbonden zijn? In deze sessie zullen we deze vraag beantwoorden voor de Erdös-Rényi stochastische graaf. De eenvoud van dit E-R model zal ons helpen om de eerste stappen te beredeneren: in de E-R stochastische graaf hebben we n knooppunten, en elk paar knooppunten is met elkaar verbonden met kans p. Laten we nu eens kijken naar de extreme gevallen, iets wat wiskundigen vaak doen wanneer ze tegen een nieuw probleem aanlopen. Wanneer $p = 0$, dan zullen er geen verbindingen zijn, en zal de graaf niet verbonden zijn. Als $p = 1$, dan zal elk paar knooppunten met elkaar ver- bonden zijn, en is de graaf dus vanzelfsprekend verbonden. Dus, als p groter wordt, dan wordt de kans dat de graaf verbonden is ook groter. Als we dus p groot genoeg kiezen, kunnen we er vrijwel zeker van zijn dat de graaf verbonden is. Maar wat is groot genoeg? Gebaseerd op Figuren 4a en 4b kunnen we misschien aannemen dat $p = 0.05$ zal voldoen? Of zal het afhangen van de waarde van n? We zullen samen deze prachtige wiskundige puzzel op gaan lossen. En er is meer! Het antwoord zal leiden tot een fascinerend verhaal over wat stochastische grafen gemeen hebben met water dat in ijs verandert.



(a) E-R stochastische graaf met $n = 100$, $p = 0.04$. Deze graaf is niet verbonden.



(b) E-R stochastische graaf met $n = 100$, $p = 0.05$. Deze graaf is verbonden.

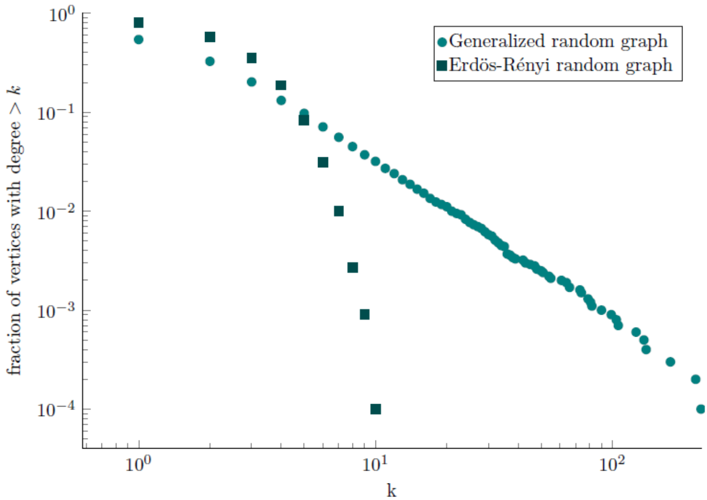
Modelleren van schaalvrije netwerken

Nelly Litvak
Universiteit Twente
n.litvak@utwente.nl

Hoeveel verbindingen heeft een knoop in een netwerk? Een van de meest verbazingwekkende eigenschappen van levensechte netwerken is dat het aantal verbindingen van een knoop, dit noemen we de *graad* van een knoop, heel erg kan variëren tussen verschillende knopen. Sommige knopen hebben maar een paar verbindingen, terwijl anderen er wel miljoenen kunnen hebben. In de introductie hebben we al gezien dat dit het geval is voor de Webgraaf (zie Figuur 1c). Maar ook het retweet netwerk in Figuur 1a heeft deze eigenschap: de meeste twitteraars hebben geen retweets, maar sommige 'sterren' in het twitteruniversum worden heel vaak geretweet! Op dezelfde manier is het internet in Figuur 1b ook een schaalvrije netwerk. In de wiskunde kunnen we dit modelleren met de zogenoemde *power law* verdeling. Deze *power law* is geformuleerd als volgt:

$$\frac{\#\text{ knopen met } k \text{ verbindingen}}{\text{totaal } \#\text{ knopen}} \approx constante \cdot k^{-\tau}, \qquad \tau > 1.$$

We noemen deze relatie een *power law* door de negatieve exponent (*power*) van k. Je kan de power law herkennen door het te plotten op een zogenoemde *log-log* schaal, zoals we gedaan hebben in Figuur 5: op de horizontale as hebben we nu 1, 10, 100, . . . in plaats van 1, 2, 3, . . ., en op de verticale as hebben we nu 1, 0.1, 0.01, De power law kan worden herkend aan deze kenmerkende rechte lijn in de log-log plot. Er is echter een verhitte wetenschappelijke discussie gaande of de graad van knopen in real-life netwerken echt kan worden beschouwd als een power law. Er is zelfs een artikel geschreven over deze discussie in het *NRC*! *('Hoe machtig is het superknooppunt?'* door Alex van den Brandhof, NRC, 20-12-2019.) We zullen verder niet ingaan op deze discussie. Voor deze cursus is het belangrijkst om te weten dat de power law een algemeen aanvaard wiskundig begrip is dat het schaalvrije verschijnsel van netwerken goed weergeeft. In deze sessie zullen we op twee verschillende manieren bewijzen dat power laws een valide model zijn voor het schaalvrije verschijnsel. Daarna gaan we terug naar de stochastische grafen, en zullen we zien dat de Erdös-Rényi (E-R) stochastische graaf niet deze power-law-gradenverdeling heeft. Kunnen we dan het E-R model zo manipuleren dat de power laws wel kunnen worden gebruikt? Het antwoord is ja: deze manipulatie heet een *gegeneraliseerde stochastische graaf,* en zorgt ervoor dat de power laws weer terug komen, zoals we kunnen zien in de rechte lijn in Figuur 5.

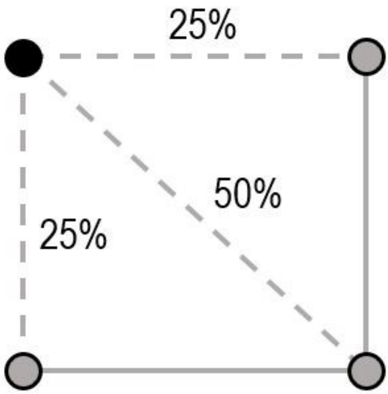


Figuur 5: De E-R stochastiche graaf heeft geen power law gradenverdeling, maar de gegeneraliseerde stochastische graaf wel. Afbeelding: Lourens Touwen.

Opkomst van power laws in het preferential attachment model

Nelly Litvak
Universiteit Twente
n.litvak@utwente.nl

We kunnen dit schaalvrije verschijnsel observeren, meten en zelfs modelleren, maar toch is er nog een vraag onbeantwoord: waarom zijn netwerken eigenlijk schaalvrij? Een poging om deze vraag te beantwoorden is door middel van het *preferential attachment* model: een dynamisch wiskundig model van de groei van een netwerk. Dit model formaliseert het mechanisme dat ook bekend is als ‘rijken worden rijker’, of ‘bekende mensen worden nog bekender’. Dit werkt globaal als volgt: we beginnen met een netwerk met drie knopen, zoals de drie grijze punten in Figuur 6. Wanneer de volgende knoop verschijnt (het zwarte punt in het figuur), kan deze knoop een verbinding maken met `e`en van de drie knopen (stippellijnen). Om dat te doen gebruikt de nieuwe knoop het mechanisme van ‘rijken worden rijker’: de kans om te verbinden met een grijze knoop is evenredig aan het aantal verbindingen dat de knoop op dit moment heeft. In het figuur heeft ´e´en van de grijze knopen twee verbindingen, waardoor deze een hogere kans heeft om er nog eentje te krijgen. Dus, hoe meer verbindingen een knoop krijgt, hoe makkelijker het is om n´og meer verbindingen te krijgen. Precies het ‘rijken worden rijker’ mechanisme! Het is heel natuurlijk dat met zulke mechanismen sommige knopen erg goed verbonden zullen zijn met de rest van de graaf. In deze sessie zullen we gaan kijken naar de geschiedenis van deze *preferential attachment* modellen en zullen we wiskundig aantonen dat deze modellen zorgen voor power laws.

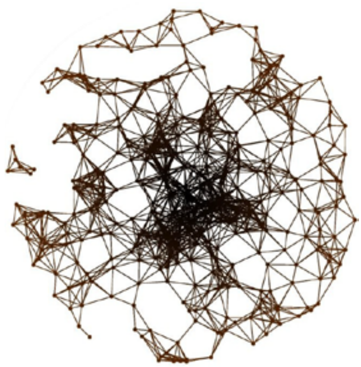


Figuur 6: Een nieuwe (zwarte) knoop arriveert in het netwerk en verbindt met één van de bestaande knopen met een kans die evenredig is aan hun graad

Geometrie voor het modelleren van driehoeken

Nelly Litvak
Universiteit Twente
n.litvak@utwente.nl

We hebben al gezien dat een schaarse Erdös-Rényi stochastische graaf maar weinig driehoeken heeft. Dus nu is de vraag: is er een geschikt model voor een netwerk met veel driehoeken? Een fundamentale manier om deze vraag te beantwoorden is door het introduceren van *geometrie* in een netwerk. Dit kunnen we doen door de knopen in een multi-dimensionale ruimte te plaatsen. Soms is zo'n geometrie al aanwezig in een netwerk, bijvoorbeeld in een netwerk van vliegvelden die verbonden zijn door directe vluchten: elk vliegveld heeft een locatie. Om het iets abstracter maken: we kunnen de 'locatie' van een knoop definiëren aan de hand van de eigenschappen van deze knoop. Een voorbeeld: we kunnen mensen 'plaatsen' in een multi-dimensionale ruimte aan de hand van hun leeftijd en hobby's. In een *geometrische stochastische graaf* heeft een paar knopen een verbinding als ze dichtbij elkaar zijn. Neem bijvoorbeeld een sociaal netwerk: mensen met dezelfde eigenschappen hebben een grotere kans om vrienden met elkaar te zijn. Dit is een heel natuurlijk en aantrekkelijk idee! Veel netwerkwetenschappers geloven daarom ook dat geometrische stochastische grafen de enige manier zijn om realistische modellen te krijgen van complexe netwerken. In deze sessie zullen we wiskundig bewijzen dat er inderdaad veel driehoeken zijn in geometrische stochastische grafen, zoals te zien is in Figuur 7. Maar we zullen ook naar andere eigenschappen kijken: hoe kunnen we een geometrische stochastische graaf schaars maken? Kan het ook schaalvrij zijn?



Figuur 7: Een geometrische stochastische graaf. Afbeelding: Pim van der Hoorn.

Wie is het belangrijkst in een netwerk?

Pim van der Hoorn
TU Eindhoven
w.l.f.v.d.hoorn@tue.nl

Net zoals post op sociale-media, is niet elke knoop in een netwerk even relevant. Dus, welke knopen zijn het belangrijkst? Deze simpele vraag blijkt niet zo simpel te beantwoorden. De voornaamste reden is dat “belangrijk” verschillende dingen kan betekenen, afhankelijk van het netwerk of simpelweg de vraag die je hiermee wilt beantwoorden. Desalniettemin hebben onderzoekers verschillende manieren ontwikkeld om het belang van knopen te meten en ze met elkaar te kunnen vergelijken. Deze methodes vallen onder de noemer centraliteitsmaten. Zij rangschikken de knopen in een netwerk gebaseerd op wat belangrijk betekent. In het eerste deel van deze sessie zullen we kijken naar verschillende centraliteitsmaten die te maken hebben met paden en navigatie in netwerken. We zullen leren wat de intuïtie achter hun definitie is en wat ze ons kunnen vertellen over het belang van de knopen in een netwerk. Hierna gaan we onze mouwen opstropen en de kersverse kennis toepassen op misschien wel het meest notoire transportnetwerk in Nederland: het spoorweg-netwerk van de NS. We zullen zien hoe verschillende maten de stations op een andere manier rangschikken en bespreken wat dit ons kan vertellen over hoe belangrijk de stations echt zijn. Uiteindelijk kunnen we misschien een station aanwijzen dat het belangrijkst is en ook uitleggen waarom. En nee, het antwoord hoeft niet altijd Utrecht Centraal te zijn.

Figuur 8: Wat is het belangrijkste station in Nederland's meest notoire transport netwerk? Afbeelding: Wikimedia Commons

Hoe maak je een netwerk efficiënt?

Clara Stegehuis
Universiteit Twente
c.stegehuis@utwente.nl

Hoe kunnen berichten en fake news zo snel viral gaan op social media? En wat is de rol van netwerken? In deze lezing gaan we interactief op zoek naar de belangrijkste netwerkeigenschappen die voor snelle verspreiding zorgen. We tekenen efficiënte en minder efficiënte netwerken voor verspreidingen en we onderzoeken met welke wiskundige netwerkeigenschappen dit samenhangt.

Figuur 9: Fake news (geel/bruin) dat zich verspreidt over Twitter. Links: Fake news over vliegtuigsporen in de lucht mengt zich met gewone berichten over de lucht. Rechts: antivaxberichten mengen zich met berichten over de griep.

Cursusgeld

Het cursusgeld bedraagt €99, waarbij de syllabus en de maaltijden zijn inbegrepen. Voor studenten aan lerarenopleidingen bedraagt het cursusgeld €39, terwijl voor gepensioneerden een gereduceerd tarief geldt van €55.

Aanmelding

Via de website: http://www.platformwiskunde.nl/vakantiecursus of per post door het aanmeldingsformulier achterin de brochure in te vullen en op te sturen naar:

Platform Wiskunde Nederland
o.v.v. Vakantiecursus 2022
Science Park 123
1098 XG Amsterdam

Tegelijkertijd dient men het cursusgeld over te maken op bankrekening **NL95INGB0005864482** van de Stichting Platform Wiskunde Nederland onder vermelding van uw naam en VC2022.

Onze buitenlandse gasten kunnen voor betaling gebruik maken van onderstaande gegevens.

BANK	ING BANK N.V.
BIC	INGBNL2A
IBAN	NL95INGB0005864482

NB. Deze cursus geldt als nascholingsactiviteit

Voor geïnteresseerden is een nascholingscertificaat beschikbaar. Degene die daarop prijs stelt, gelieve dit bij aanmelding te laten weten door aankruising van het betreffende vakje op het aanmeldingsformulier.

Plaats(en)

Eindhoven: Academisch Genootschap Eindhoven, Parklaan 93.

Amsterdam: CWI, Turingzaal, Science Park 123.

Syllabus

De syllabus zal worden uitgereikt bij aankomst op de cursus.

Informatie

Voor nadere informatie over de Vakantiecursus kunt u zich wenden tot het bureau van Platform Wiskunde Nederland, via het mailadres:
vakantiecursus@platformwiskunde.nl

Contactinformatie

Bureau PWN, 020 – 592 4006; e-mail: vakantiecursus@platformwiskunde.nl;
Platform Wiskunde Nederland, Science Park 123, 1098 XG Amsterdam

Docenten

Prof. dr. N.V. Litvak, Universiteit Twente, Postbus 217, 7500 AE Enschede

Dr. C. Stegehuis, Universiteit Twente, Postbus 217, 7500 AE Enschede

Dr. W.L.F. van der Hoorn, TU Eindhoven, Postbus 513, 5600 MB, Eindhoven

Routebeschrijvingen

Academisch Genootschap Eindhoven, Parklaan 93, Eindhoven
Met openbaar vervoer:
Vanaf Station Eindhoven is het 10-15 minuten lopen naar het AG in de Parklaan.

- Verlaat het station aan de centrumzijde (trap af vanaf het perron, tunneltje linksaf)
- Ga linksaf de Stationsweg op
- U loopt evenwijdig aan het spoor, weg van het centrum
- Na 300 meter gaat u rechtsaf de Parklaan in; deze loopt vervolgens in een bocht naar links
- Ruim 200 meter na de bocht ziet u het AG aan de rechterkant.

Met de auto:
Kijk hiervoor op de website van het AG Eindhoven: https://ag-eindhoven.nl/.

Parkeren: Er zijn 36 parkeerplaatsen op eigen terrein aan de achterkant van de villa via de Fazantlaan.(GPS Fazantlaan 16)
Aan de voorkant van het gebouw aan de Parklaan zijn er twee parkeerplaatsen voor mindervaliden.
De ruimtes op de begane grond zijn goed toegankelijk voor rolstoelgebruikers; de eerste verdieping niet.

CWI Amsterdam
Met openbaar vervoer:
- Vanaf station Amsterdam Amstel en station Amsterdam Muiderpoort: bus 40. Zie www.gvb.nl voor meer informatie.
- Vanaf Amsterdam Centraal Station, of Weesp, stopt er vier keer per uur een trein op Science Park Amsterdam. Zie www.ns.nl voor meer informatie.
- Vanaf Amsterdam Centraal met tram 14 naar Soembawastraat en vandaar lopend naar het Science Park (ongeveer 15 minuten).

Met de auto:
- Wanneer u uit de richting Amersfoort komt, neemt u de ring richting Utrecht/Den Haag.
- Wanneer u uit de richting Utrecht/Den Haag/Schiphol/Haarlem of Zaandam komt, neemt u de ring richting Amersfoort. Op de ring neemt u de afslag Watergraafsmeer/S113 (ring Oost). Aan het eind van de afrit volgt u de richting Science Park/Watergraafsmeer. U rijdt dan op de Middenweg.
- Volg vanaf de Middenweg de borden naar Science Park Amsterdam, u komt dan vanzelf op de Carolina Mac Gillavrylaan. Via de rondweg van het Science Park zijn alle bedrijven en instituten te bereiken.
- Aan cursisten die gebruik maken van een navigatiesysteem. De nieuwe straatnaam 'Science Park' kan in enkele systemen nog niet zijn doorgevoerd. U kunt dan intoetsen: Kruislaan 413.

Parkeren: Op het terrein van het CWI is betaald parkeren van kracht. Bij het oprijden moet u een parkeerkaart trekken. Gelieve deze inrijkaart te bewaren,
U ontvangt van de contactpersoon een uitrijkaart. Bij het uitrijden steekt u eerst de inrijkaart in, deze komt terug, en daarna steekt u de uitrijkaart in.

AANMELDINGSFORMULIER
VAKANTIECURSUS 2022

'Willekeur en structuur in netwerken'

Ondergetekende,

Naam:

Adres:

Postcode:

Woonplaats:

Geboortedatum:

Telefoon:

E-mail:

wenst deel te nemen aan de Vakantiecursus 2022 op de locatie

Amsterdam op vr. 26 en za. 27 augustus 2022 [ ]

Eindhoven op vr. 2 en za.34 september 2022 [ ]

en heeft het verschuldigde bedrag van €99,- (dan wel €39,- of €55) overgemaakt (voor rekeningnummer zie pagina 11).

Mijn voorkeur gaat uit naar vegetarisch eten [ ]

Ik heb een bepaalde allergie [ ]

Indien ja, aub de dieetwensen mailen naar vakantiecursus@platformwiskunde.nl

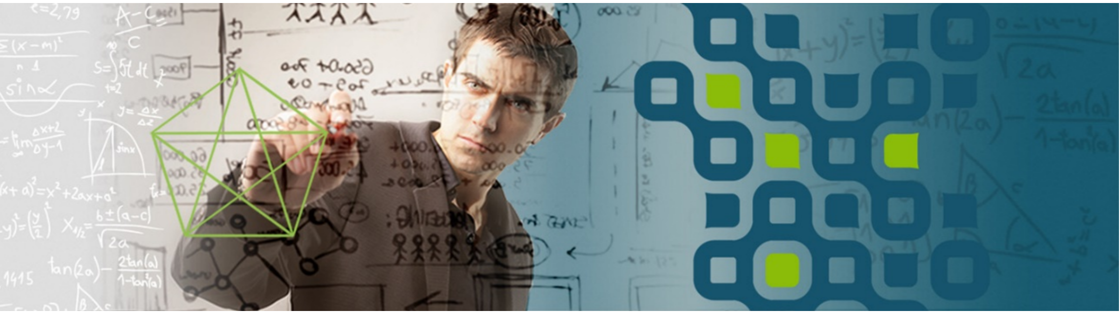
Nascholingscertificaat [ ]

Indien van toepassing, hier het adres van de onderwijsinstelling vermelden:

....

Gelieve dit formulier vóór 1 augustus 2022 te sturen naar:

Platform Wiskunde Nederland
o.v.v. Vakantiecursus 2022
Science Park 123
1098 XG Amsterdam



Voor wie is PWN interessant?

Beroepswiskundigen

Wiskundeleraren

Bedrijven

Leerlingen en studenten

Breed publiek

Platform Wiskunde Nederland is hét landelijke loket voor alles wat met wiskunde te maken heeft.

PWN behartigt de belangen van, en fungeert als spreekbuis voor, de gehele Nederlandse wiskunde.

Platform Wiskunde Nederland | Science Park 123 | kamer L013 | 1098 XG Amsterdam | 020 592 40 06

Ga voor meer informatie naar:
www.platformwiskunde.nl

platform
wiskunde nederland